

**PRIMER EXAMEN ESTATAL**  
**OLIMPIADA MEXICANA DE**  
**MATEMÁTICAS**

Nivel Preparatoria

Marzo de 2009

## Olimpiada Mexicana de Matemáticas

### Propuesta de Primer Examen para Preparatoria

**Problema 1.** Cuando la señora Martínez llevó a sus dos hijas a la primaria, notó que curiosamente el producto de sus edades y la suya era justamente 2009. ¿Qué afirmación puede adivinarse?

- a) Una niña va en 3° y la otra en 1°.
- b) La diferencia de edad de las niñas es de 4 años.
- c) La Señora tuvo a la hija mayor a los 30 años
- d) No se puede adivinar nada
- e) Las niñas son gemelas

**Problema 2.** ¿Cuántos números de cuatro dígitos, de la forma  $4a54$  son divisibles entre 4?

- a) 0
- b) 2
- c) 5
- d) 10
- e) 4

**Problema 3.** ¿De cuántas formas se pueden elegir 3 enteros positivos distintos cuyo producto sea 200? Nota:  $\{1, 2, 100\}$  y  $\{2, 1, 100\}$  se consideran la misma terna.

- a) 10
- b) 8
- c) 9
- d) 5
- e) 6

**Problema 4.** ¿Cuánto vale la siguiente suma?

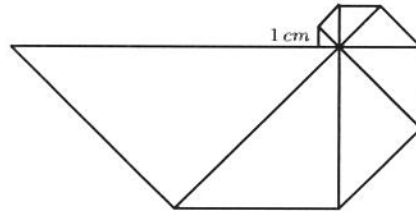
$$S = 1 + 2 - 3 + 4 + 5 - 6 + 7 + 8 - 9 + \dots - 2007 + 2008 + 2009.$$

- a) 562,246
- b) 779,104
- c) 389,552
- d) 674,355
- e) 489,016

**Problema 5.** Se quieren tapizar las 4 paredes de un cuarto de 6 m de largo, 3 m de ancho y 2 m de altura, que tiene dos ventanas de  $1 m^2$  y una puerta de 1.80 m de alto por 60 cm de ancho. Si el  $m^2$  de papel tapiz cuesta \$15 y se puede pedir que esté cortado como se desee, ¿Cuánto dinero se tendrá que gastar?

- a) \$32.92
- b) \$437.40
- c) \$36
- d) \$540
- e) \$493.80

**Problema 6.** Se empieza con un triángulo rectángulo isósceles con catetos de un centímetro. Sobre la hipotenusa se construye un nuevo triángulo rectángulo isósceles, como en la figura. Se repite esto muchas veces hasta formar el caracol. Calcula el área del caracol.



- a)  $127.5 \text{ cm}^2$     b)  $255 \text{ cm}^2$     c)  $64 \text{ cm}^2$     d)  $104.5 \text{ cm}^2$     e)  $210.5 \text{ cm}^2$

**Problema 7.** Se sabe que 3 albañiles fuertes y 2 delgados construyen un cuarto en 10 días, y que lo hacen en el mismo tiempo que 1 albañil fuerte y 6 delgados. Si se pretende construir 5 cuartos en 5 días y ya se contrataron 25 albañiles fuertes, ¿Cuántos albañiles delgados se tendrán que contratar?

- a) 10    b) 20    c) 30    d) 40    e) no hay suficientes datos

**Problema 8.** Si Manuel escribe los números 1, 2, 3, ..., 10, 11, 12, ..., 200 en el pizarrón, ¿Qué número estará escribiendo en el pizarrón en el momento en que escriba por centésima vez el dígito 1? Por ejemplo, cuando haya escrito hasta el 12, habrá escrito en total 5 unos, en los números 1, 10, 11 y 12.

- a) 162    b) 170    c) 165    d) 111    e) 17

**Problema 9.** En cierto estado, la Olimpiada de Matemáticas se realiza el tercer sábado de febrero. Si en este año la fecha del examen se fijó el 21 de febrero. ¿En qué día de febrero será el exámen en el año 2013? Nota: Recuerda que el 2012 es año bisiesto.

- a) 15    b) 16    c) 18    d) 19    e) 21

**Problema 10.** Miguel, Ismael y Martín se compraron el mismo pantalón en 3 tiendas distintas. En las 3 tiendas el pantalón tenía el mismo precio de lista, pero en cada una había descuentos interesantes. Miguel lo consiguió con un descuento del 50% y, por pagar en efectivo, le hicieron un 20% adicional. Ismael lo consiguió con 40% de descuento y, por tener membresía, le dieron un 30% adicional. Martín lo consiguió en una barata con el 65% de descuento. ¿Quién o quienes pagaron menos?

- a) Miguel    b) Ismael    c) Martín    d) Miguel e Ismael    e) No se puede saber

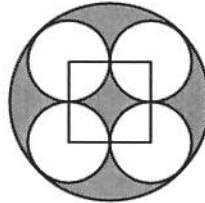
**Problema 11.** En la siguiente operación cada letra distinta representa un dígito del 0 al 9 distinto.

$$\begin{array}{r}
 A \ B \ C \ D \\
 \times \quad \quad E \ D \\
 \hline
 C \ F \ D \ E \ D \\
 A \ B \ C \ D \\
 G \ D \ H \ I \ D
 \end{array}$$

¿Cuánto vale  $F$ ?

- a) 2            b) 3            c) 5            d) 7            e) No se puede determinar

**Problema 12.** En cada uno de los vértices de un cuadrado de lado 2 se dibuja un círculo de radio 1. Luego se construye un círculo tangente exteriormente a los 4 círculos, como se muestra en la figura. ¿Cuánto vale el área sombreada?



- a)  $\pi(2\sqrt{2} - 1)$     b)  $5\pi$     c)  $\pi(\sqrt{2} + 3)$     d)  $4\pi$     e)  $\pi(2\sqrt{2} - 3)$

**Problema 13.** En un examen de física, según una fórmula, había que tomar una distancia positiva  $l$ , elevarla al cuadrado, multiplicar por 6 y restar 12. Gustavo se confundió y primero restó 12, luego elevó al cuadrado y hasta el final multiplicó por 6. Sin embargo la respuesta de Gustavo fue correcta. ¿Cuánto valía  $l$ ?

- a)  $\frac{\sqrt{12-1}}{2}$     b)  $\frac{73}{12}$     c)  $12\sqrt{6}$     d)  $6\sqrt{53}$     e)  $\frac{\sqrt{106-2}}{5}$

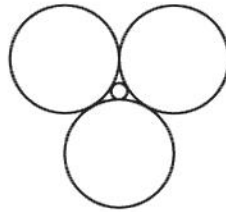
**Problema 14.** Gerardo y Octavio llenaron una tina con todas sus canicas rojas, verdes, azules y negras. Se van sacando canicas al azar y se colocan en una caja. Octavio gana en el momento en que haya en la caja 5 canicas rojas, 4 negras, 3 verdes ó 2 azules en la caja. Gerardo gana en el momento en que haya al menos una canica de cada color. ¿Cuál es el mínimo número de canicas que se deben sacar para garantizar que al menos uno de los dos haya ganado?

- a) 5                      b) 8                      c) 9                      d) 10                      e) 11

**Problema 15.** De la ciudad  $A$  a la  $B$  hay 4 caminos, de la  $B$  a la  $E$  hay 7 caminos. De la ciudad  $A$  a la  $C$  hay 2 caminos, y de la ciudad  $D$  a la  $E$  hay 4 caminos. Si se sabe que de la ciudad  $A$  a la  $E$  se pueden tomar 52 rutas distintas, ¿Cuántos caminos hay de la ciudad  $C$  a la ciudad  $D$ ?

- a) 1                      b) 2                      c) 3                      d) 4                      e) No se puede saber

**Problema 16.** Si los 3 círculos grandes tienen radio 1 y son tangentes entre sí, ¿cuál es el radio de la circunferencia pequeña que es tangente a las otras 3?



- a)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$                       b)  $1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$                       c)  $\frac{2\sqrt{3}}{3} + 1$                       d)  $\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1$                       e)  $\sqrt{3} - 1$

**Problema 17.** Se quieren hacer tarjetas con los números del 000 al 999. Sin embargo, hay tarjetas que representan a 2 números a la vez. Por ejemplo, la 618 se voltea de cabeza y es la 819. Hay otros números que se pueden voltear pero dan el mismo, como el 609. Los dígitos 0,1,6,8 y 9 son los únicos que tienen sentido al voltearse. ¿Cuántas tarjetas se van a tener que hacer?

- a) 932                      b) 955                      c) 874                      d) 889                      e) 945

**Problema 18.** En cierta ciudad de 1000 habitantes, el 70% de los habitantes hablan español, el 50% inglés y el 40% francés. Si se sabe que el 10% habla los tres idiomas y el 15% habla sólo francés e inglés, ¿Cuántas personas hablan únicamente un idioma?

- a) 200      b) 700      c) 300      d) 500      e) No se puede saber

**Problema 19.** En sus vacaciones, Pepe practicó sus tres deportes preferidos: natación, fútbol y ciclismo. Siempre realizó una actividad por la mañana y otra distinta por la tarde. Cuando hacía natación en la mañana no hacía ciclismo por la tarde. Cuando jugaba fútbol en la mañana, no nadaba por la tarde. Si se sabe que nadó en 12 ocasiones, jugó fútbol 8 veces por la mañana, 9 por la tarde y anduvo en bicicleta 15 veces. ¿Cuántos días de vacaciones tuvo Pepe?

- a) 24      b) 27      c) 22      d) 17      e) 30

**Problema 20.** A un cubo de  $12\text{ m}$  de lado se le coloca una pirámide cuadrangular de  $5\text{ m}$  de altura, cuya base es la cara superior del cubo. ¿Cuál es la distancia que hay desde una esquina inferior del cubo y la punta de la pirámide?

- a)  $19\text{ m}$       b)  $17\text{ m}$       c)  $\sqrt{314}\text{ m}$       d)  $18\text{ m}$       e)  $\sqrt{489}\text{ m}$